Analyse fréquentielle des circuits linéaires: Régime Harmonique (sinusoïdale)

Electronique I

Adil KOUKAB Adil

EPFL

Sommaire

- Signal sinusoïdal et sa Représentation complexe (Régime Harmonique)
- Impédances complexes et Loi d'Ohm généralisée
- Généralisation: signaux analogiques quelconques
  - Example: Signal audio, ECG
- Fonction de transfert d'un système linéaire
- Représentation asymptotique: Diagramme de Bode en amplitude et en phase
- Applications: Circuits RC passe-haut et passe-bas de premier ordre

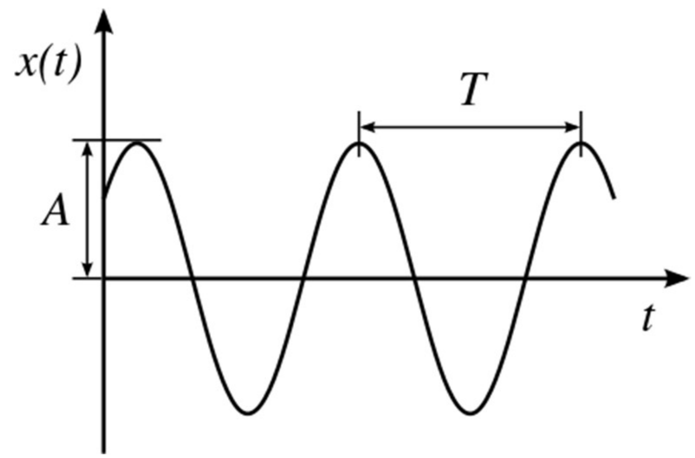
Signaux Analogiques

- Def: Signaux Analogiques ≡ continus en temps et en amplitude
- Ex: Signal sinusoïdal: $x(t) = A\cos(\omega_o t + \varphi)$ avec
- A: l'amplitude [V] ou [A],
- φ: la phase [rad ou deg]
- ω_o: la pulsation ou vitesse

  de rotation [rad/s].

$$\omega_o = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_o$$

avec T la période [s] et f_o fréquence [Hz]



Représentation Complexe

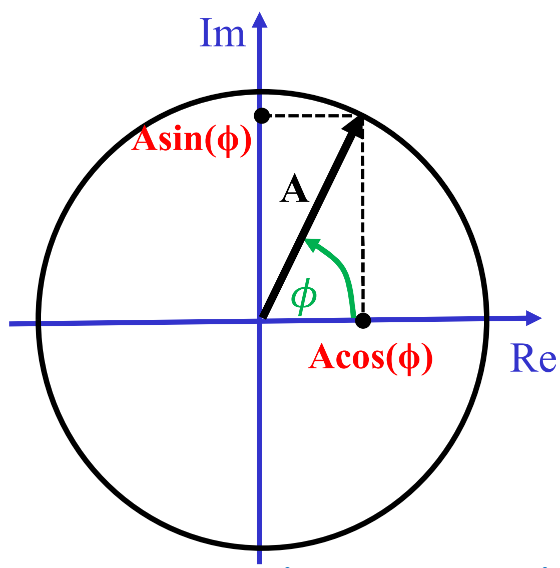
- On associe à $x(t) = A\cos(\omega_o t + \varphi)$ une grandeur complexe

$$\underline{x}(t) = Ae^{j(\omega_o t + \varphi)} = A(\cos(\omega_o t + \varphi) + j\sin(\omega_o t + \varphi))$$

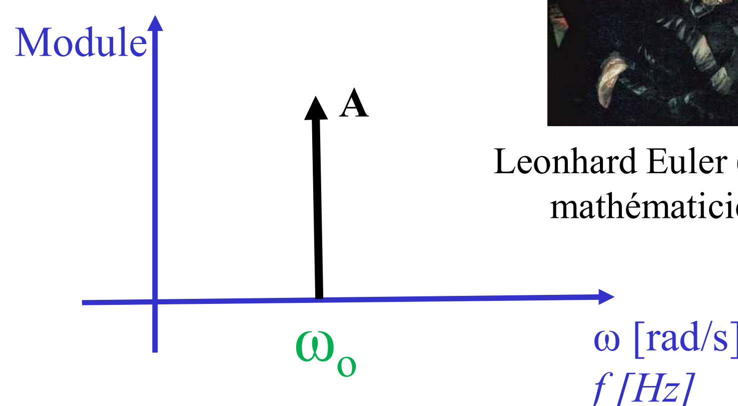
$$x(t) = Re\{\underline{x}(t)\}$$

- Module: $A = |\underline{x}(t)|$
- Argument: $\phi = \omega_o t + \varphi = \arg(\underline{x}(t))$

$$= \mathrm{arctg}\left({}^{Im(\underline{x}(t))}/_{Re(\underline{x}(t))}\right)$$



Représentation vectorielle



Représentation fréquentielle

Leonhard Euler (1707-1783)
mathématicien Suisse

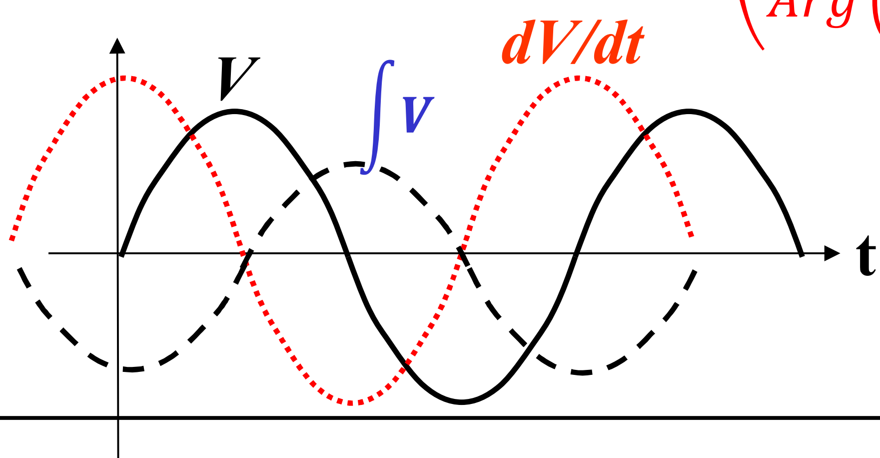
Intérêt de la représentation complexe

- **La représentation complexe permet une simplification significative des calculs** (Calculs trigonométriques, dérivation, intégrale et donc équations différentielles se transforment en calculs algébriques simples).

- Ex: soit le signal $\underline{\mathbf{V}}(\mathbf{t}) = \boldsymbol{V_0 e^{j(\omega t)}}$

$$\frac{d}{dt}\underline{V} = j\omega V_0 e^{j\omega t} = j\omega \underline{V}$$ **Derivation → ×jω →** $$\begin{pmatrix} \left|\frac{d\underline{V}}{dt}\right| = \omega\left|\underline{V}\right| \\ Arg\left(\frac{d\underline{V}}{dt}\right) = Arg\left(\underline{V}\right) + \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$$

$$\int \underline{V} dt = \int V_0\, e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega}\underline{V}$$ **Integration →** $\times\frac{-j}{\omega}$ **→** $$\begin{pmatrix} \left|\int \underline{V}\right| = \frac{1}{\omega}\left|\underline{V}\right| \\ Arg\left(\int \underline{V}\right) = Arg\left(\underline{V}\right) - \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$$



Intérêt de la représentation complexe:

- **Ex:** $$y(t) + \tau \frac{dy(t)}{dt} = x(t)$$

➢ *On connait x(t)= X cos(ωt) et τ. On veut déterminer y(t) = Y cos(ωt + φ)?*

C.à.d. Y $=^?$ fct (X, ω, τ) et φ $=^?$ fct (ω, τ)

➢ *L'équa diff devient:* ***Y cos(ωt + φ) - τ ω sin(ωt + φ) = X cos(ωt)*** *(résolution fastidieuse)*

- ***Notation Complexe :*** $\underline{x}(t) = Xe^{j(\omega t)}$ *et* $\underline{y}(t) = Ye^{j(\omega t + \varphi)}$

➢ ***l'équation devient:*** $\underline{y}(t) + j\omega\tau\underline{y}(t) = \underline{x}(t)$ ***ou encore*** $\frac{\underline{y}(t)}{\underline{x}(t)} = \frac{1}{1+j\omega\tau}$

➢ $\Rightarrow$ *Solution aisée* $\underline{y}(t) = \underline{H}(j\omega)\,\underline{x}(t) = |\underline{H}(j\omega)|e^{j(Arg(\underline{H}(j\omega)))}Xe^{j(\omega t)}$

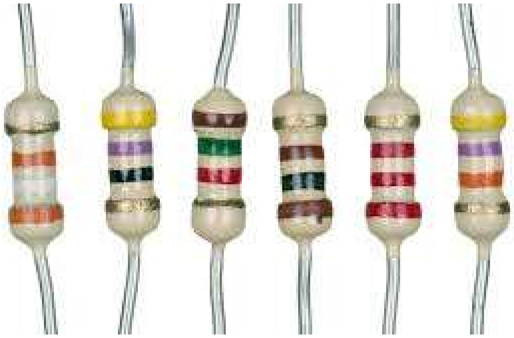
➢ ***avec*** $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega\tau}$; $|\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}$; $Arg(\underline{H}(j\omega)) = -\,arctg(\omega\tau)$

ou encore $\underline{y}(t) = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} X\ e^{j(\omega t - arctg(\omega\tau))}$

et donc

$$\boxed{y(t) = Re\left(\underline{y}(t)\right) = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} X\cos(\omega t - arctg(\omega\tau))}$$

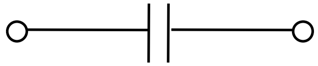
Éléments passifs linéaires en régime harmonique



Résistance

$$\underline{U} = R\,\underline{I}(t)$$

Capacité



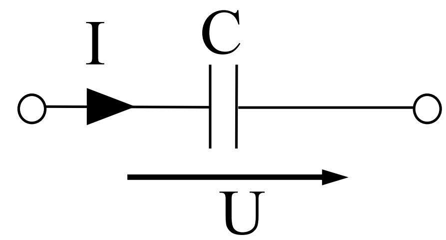
$$\underline{I}(t) = C\,\frac{d\underline{U}}{dt}$$

Inductance

$$\underline{U}(t) = L\,\frac{d\underline{I}}{dt}$$

Impédances complexes et Loi d'Ohm généralisée

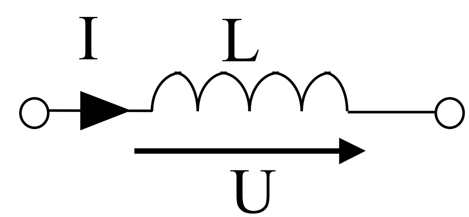
- **Intérêt: Généralisation de la loi d'Ohm "$\underline{U} = \underline{Z} \times \underline{I}$" pour C et L**
  - **Condensateur**



$$\underline{I}(t) = C\,\frac{d\underline{U}}{dt} = (j\omega C)\,\underline{U} \quad \rightarrow \underline{U} = \underline{Z_c} \times \underline{I}$$

Avec l'impédance complexe $\underline{Z_c} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{I}} = \dfrac{1}{j\omega C}$

  - **Inductance**



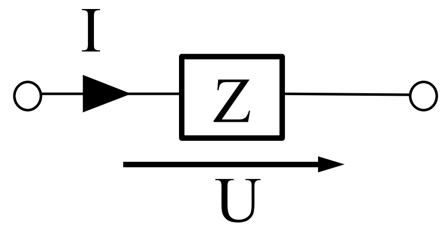
$$\underline{U}(t) = L\,\frac{d\underline{I}}{dt} = (j\omega L)\,\underline{I} \quad \rightarrow \underline{U} = \underline{Z_L} \times \underline{I}$$

Avec l'impédance complexe $\underline{Z_L} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{I}} = j\omega L$

Rq: $\underline{Z_c}$ et $\underline{Z_L}$ sont appelées aussi réactances et notées resp. $\underline{X_c}$ et $\underline{X_L}$.

Loi d'Ohm généralisée

En régime harmonique : $\underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{I}}\,\underline{\mathbf{Z}}$ **ou** $\underline{\mathbf{I}} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{Z}}$



- $Z_R = R$ **RESISTANCE**
- $Z_C = \dfrac{1}{j\omega C}$ **CONDENSATEUR**
- $Z_L = j\omega L$ **INDUCTANCE**

Connexions

- **Série :** $Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n$
- **Parallèle:** $1/Z_{eq} = 1/Z_1 + 1/Z_2 + \ldots + 1/Z_n$

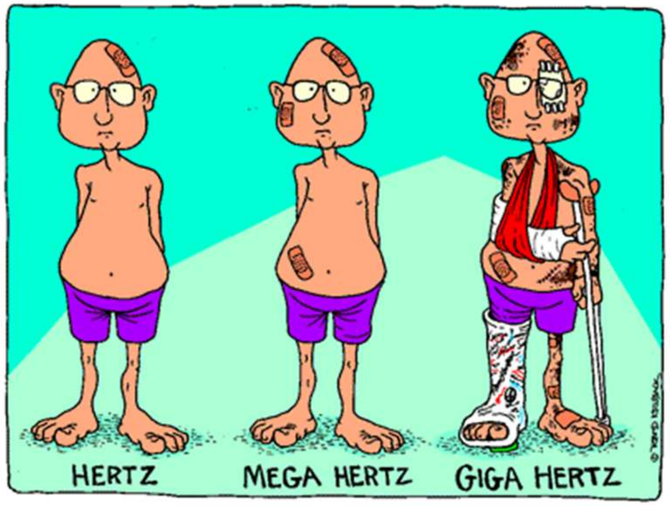
Analyse fréquentielle des circuits linéaires

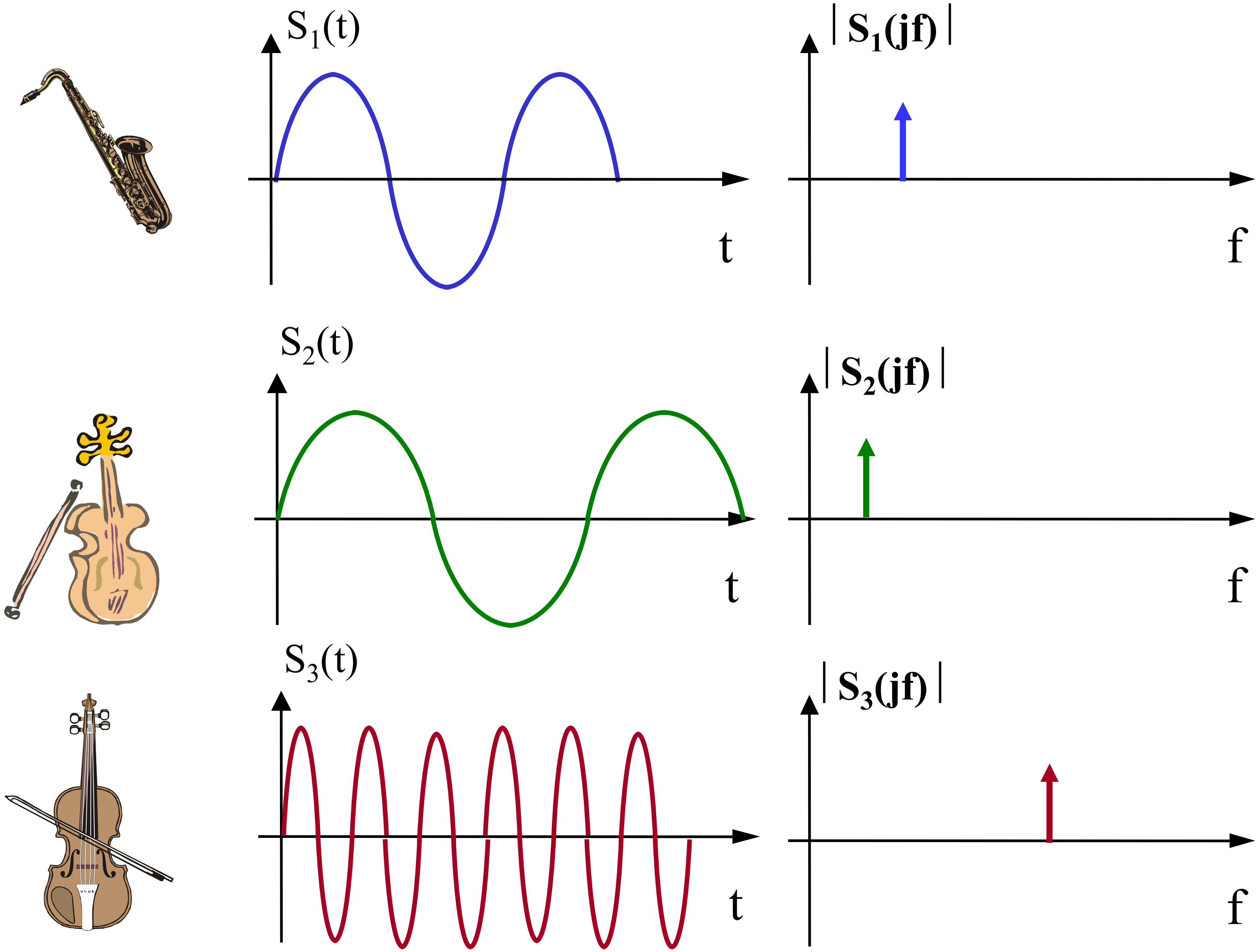
L'*analyse fréquentielle* ou *réponse en fréquence*

correspond à

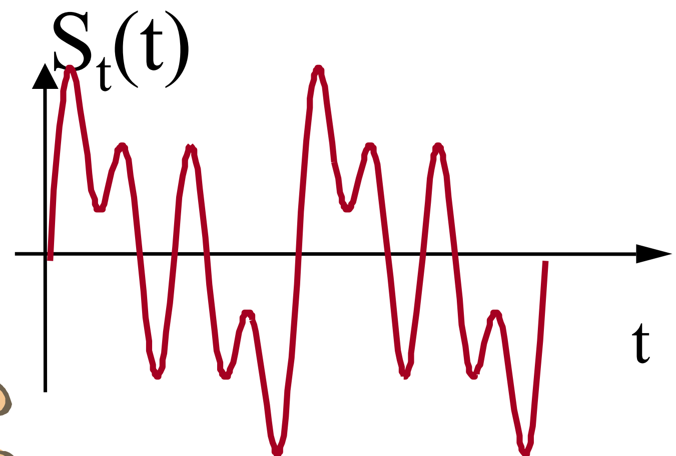
l'analyse harmonique pour toutes les fréquences

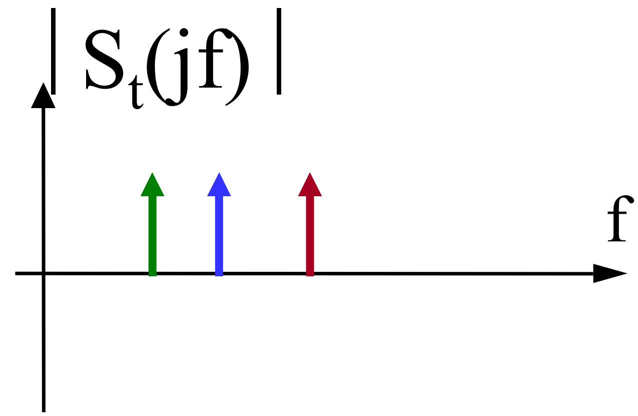
(ou pulsations $\omega = 2\pi f$)





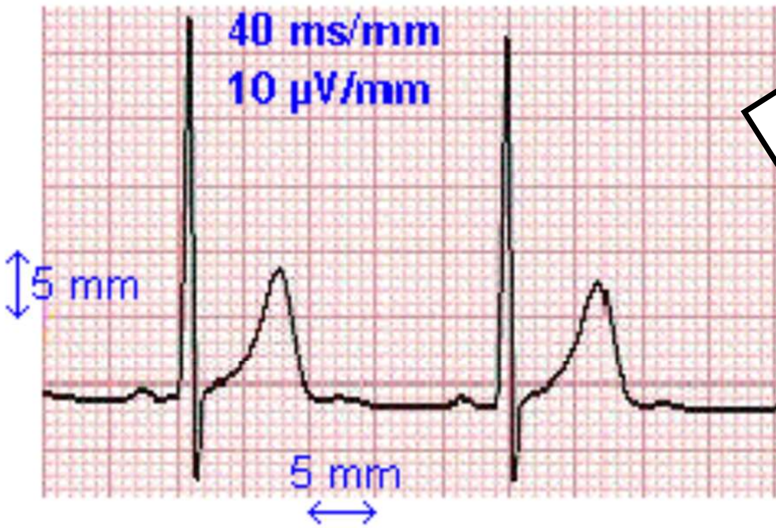
EPFL

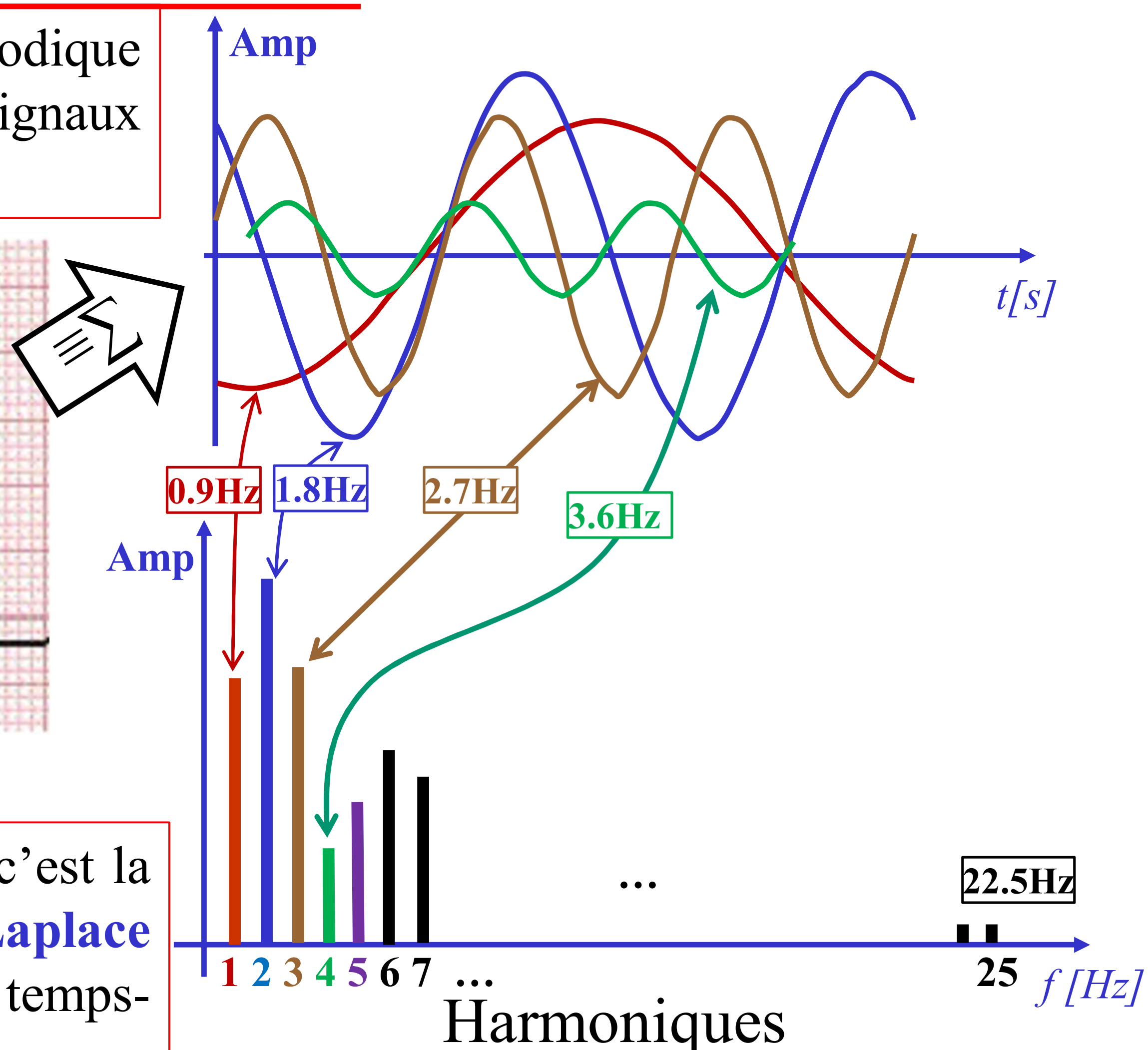

$S_t(t)$
t


$|S_t(jf)|$
f

Généralisation: signaux analogiques **quelconques**

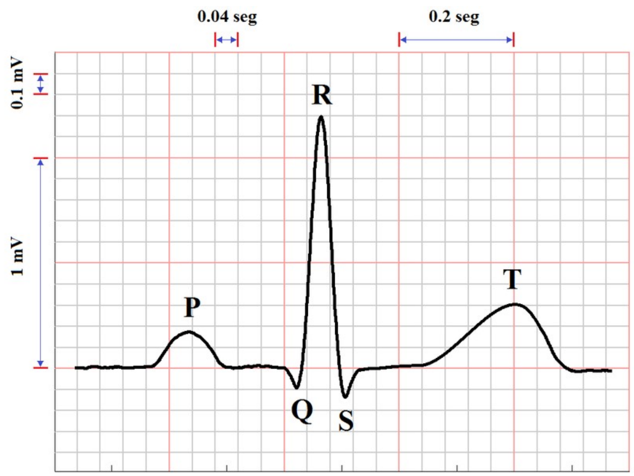
Série de Fourier: Tout signal périodique est décomposable en signaux sinusoïdaux.

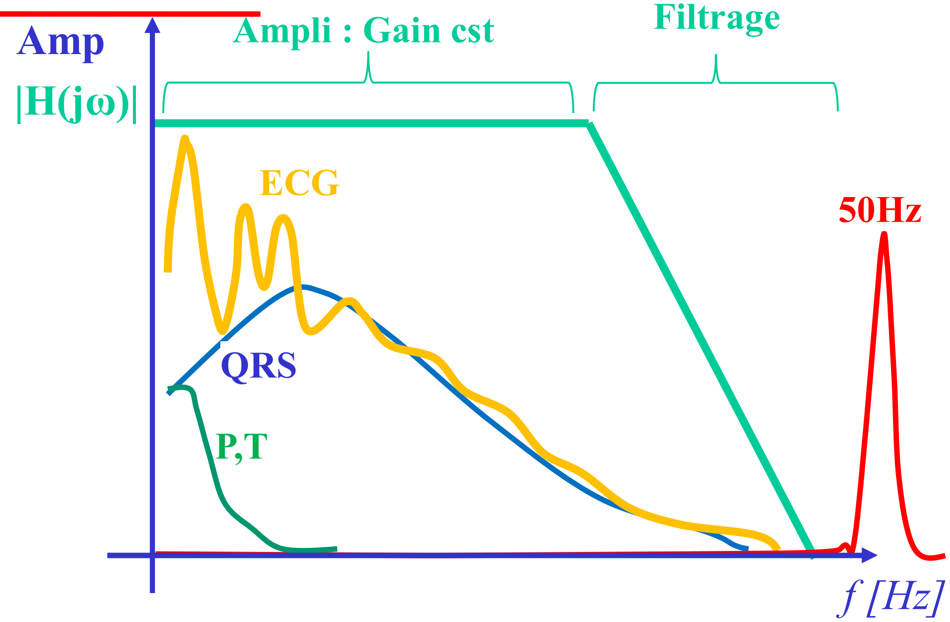


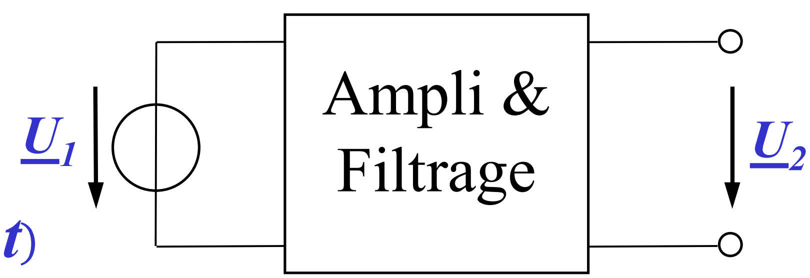


Si le signal n'est pas périodique c'est la **Transformée de Fourier ou Laplace** qui permet la conversion temps-fréquence.

Conditionnement analogique ≡ Amplification et filtrage







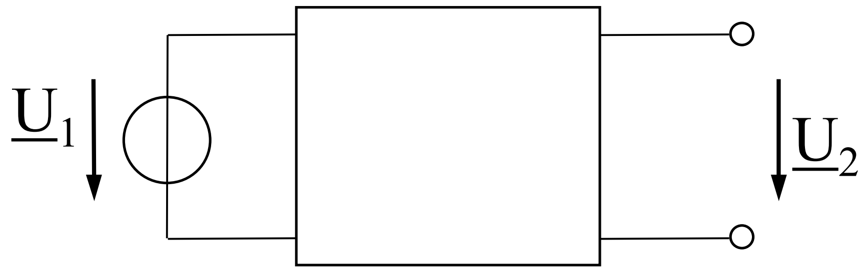
$$\underline{U}_1(t) = U_1 e^{j(\omega t)}$$

$$\underline{U}_2(t) = U_2 e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Fonction de transfert: $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$

Fonction de transfert en tension

$\underline{U}_1 = U_1 \cdot e^{j\varphi_1}$



$\underline{U}_2 = U_2 \cdot e^{j\varphi_2}$

Fonction de transfert en tension:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$$ (également gain d'un ampli)

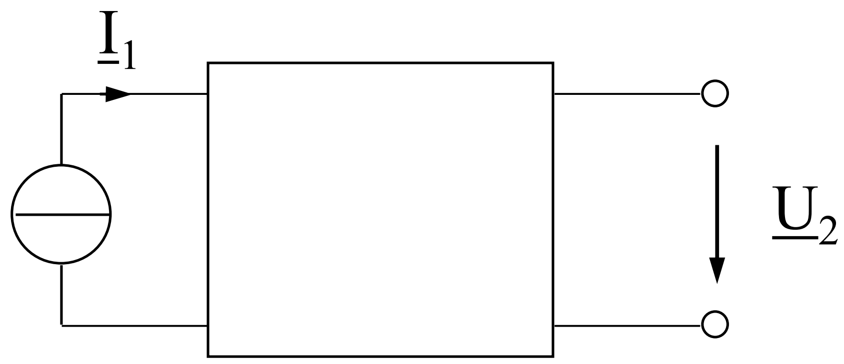
Module: $\frac{U_2}{U_1} = |H(j\omega)|$

Phase: $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \mathrm{Arg}\left(\underline{H}(j\omega)\right)$

Souvent définie à sortie ouverte

Peut être différente si la sortie est chargée !

Impédance de transfert ou trans-impédance



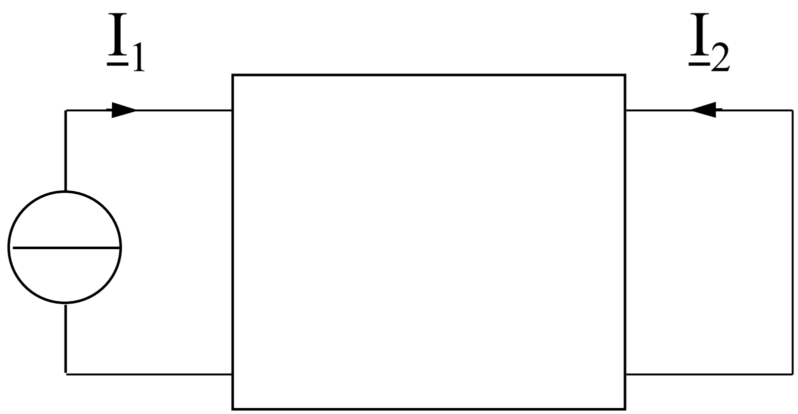
Fonction de transfert trans-impédance:

$$\underline{Z}_f(j\omega) = \frac{\underline{U}_2(j\omega)}{\underline{I}_1(j\omega)}$$

Souvent définie à sortie ouverte

Peut être différente si la sortie est chargée !

Fonction de transfert en courant



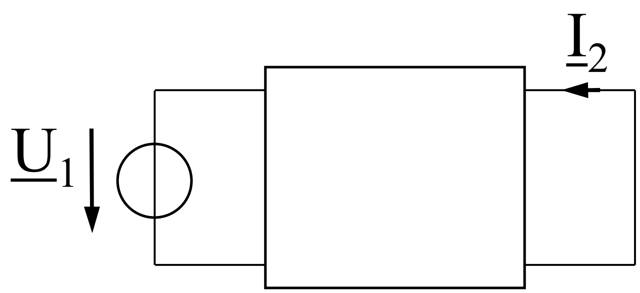
Fonction de transfert: $\underline{H}_i(j\omega) = \dfrac{\underline{I}_2(j\omega)}{\underline{I}_1(j\omega)}$

Peut être différente si la sortie est chargée !

Souvent définie à sortie court-circuitée

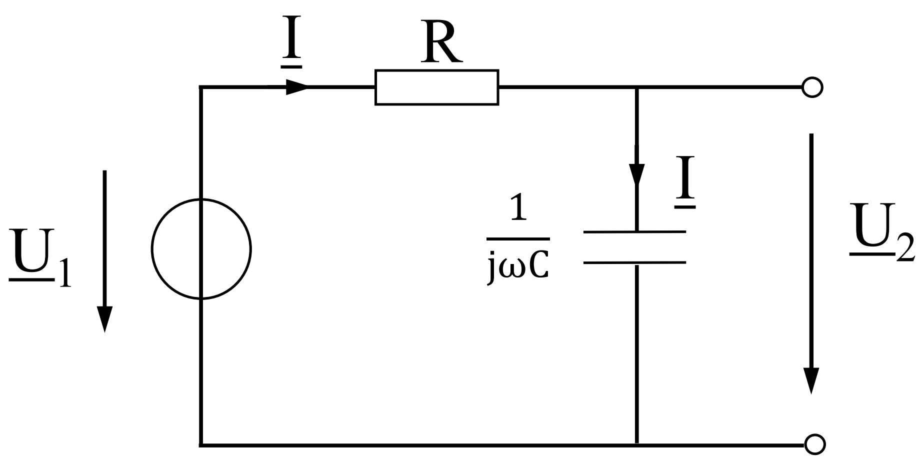
Admittance de transfert ou transadmittance

Souvent définie à sortie court-circuitée
Peut être différente si la sortie est chargée !



Fonction de transfert: $\underline{Y}_f(j\omega) = \dfrac{\underline{I}_2(j\omega)}{\underline{U}_1(j\omega)}$

Exemple de Fonction de transfert en tension



Fonction de transfert:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{Z_c}{R + Z_c}$$

$$= \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

C.à.d. si $U_1(t) = \mathrm{Re}(\underline{U}_1) = U_1 \cos(\omega t) \Rightarrow$

$$U_2(t) = \underbrace{|\underline{H}(j\omega)|}\, U_1 \cos\left(\omega t + \underbrace{\mathrm{Arg}\,(\underline{H}(j\omega))}\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}\, U_1 \cos(\omega t - \mathrm{arctg}(\omega RC))$$

Question: Comment varie le Module (gain) et la phase en fonction de la fréquence?

Méthode asymptotique → Diagramme de Bode

Diagramme de Bode en amplitude

<u>Définition</u>: **Diagramme de Bode** est une technique permettant une **représentation graphique** simple et rapide du **comportement fréquentiel asymptotique** d'un système c.à.d. de sa fonction de transfert.

Pour cela on suit les étapes suivantes:

1. **Evaluer $\underline{H}(j\omega)$ du circuit**
2. **Ecrire $\underline{H}(j\omega)$ sous sa forme canonique**
3. **Expression de $|\underline{H}(j\omega)|$ en décibels (dB): $|\underline{H}(j\omega)|_{dB}$.**
4. **Tracer ses asymptotes $|\underline{H}(j\omega)|_{dB}$ en fct de $Log(\omega)$**
   - **C.à.d. la pulsation (resp. fréquence) est représentée sur une échelle logarithmique.**

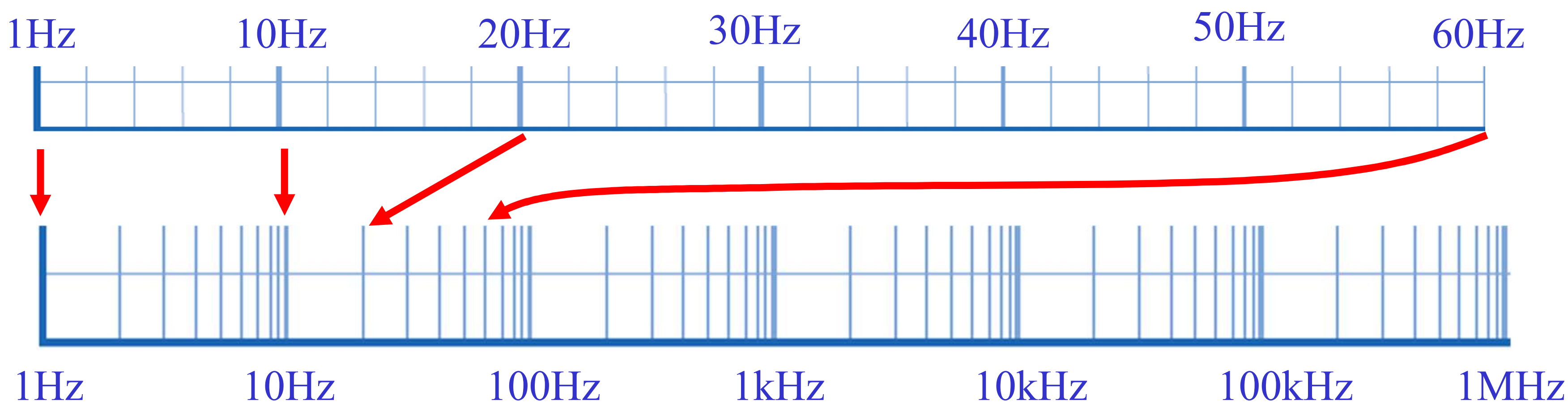
Pourquoi le décibel ($\left|\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\right|_{dB}$) ?

$$\left|\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\right|_{dB} = 20\log\left|\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\right| = 20\log\left|\frac{\underline{\mathbf{U}}_2}{\underline{\mathbf{U}}_1}\right|$$

x10^6	$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert = 1000$		$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert_{dB} = 60$ dB	+120 dB
	$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert = 100$	Amplification	$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert_{dB} = 40$ dB	
	$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert = 10$	$\lvert\underline{\mathbf{U}}_2\rvert \geq \lvert\underline{\mathbf{U}}1\rvert$	$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert_{dB} = 20$ dB	
	$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert = 1$		$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert_{dB} = 0$ dB	
	$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert = 0.1$		$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert_{dB} = -20$ dB	
	$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert = 0.01$	Atténuation	$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert_{dB} = -40$ dB	
	$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert = 0.001$	$\lvert\underline{\mathbf{U}}_2\rvert \leq \lvert\underline{\mathbf{U}}1\rvert$	$\lvert\underline{\mathbf{H}}(j\omega)\rvert_{dB} = -60$ dB	

Avantage 1: réduire l'étendue de l'échelle

Pourquoi en fct de Log(ω) ?



F [Hz]

ω [rad/s]

Avantage: Comprimer une échelle tout en maintenant sa lisibilité

Quelques valeurs à retenir

- $\left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right|_{dB} = -3\ \mathrm{dB}$
- $\left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = \sqrt{2} \rightarrow \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right|_{dB} = +3\ \mathrm{dB}$
- $\left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = 2 \rightarrow \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right|_{dB} = +6\ \mathrm{dB}$
- $\left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = 10 \rightarrow \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right|_{dB} = +20\ \mathrm{dB}$
- $\left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = 100 \rightarrow \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right|_{dB} = +40\ \mathrm{dB}$

Autre avantage du décibel ($\left|\underline{\mathbf{H}}(\mathbf{j\omega})\right|_{dB}$) ?

$$\underline{H}(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega) \cdot \underline{H}_2(j\omega)$$

$$\Downarrow$$

$$|\underline{H}(j\omega)|_{dB} = |\underline{H}_1(j\omega)|_{dB} + |\underline{H}_2(j\omega)|_{dB}$$

Avantage 2: faciliter le calcule et représentions graphique

(plus aisé d'additionner que de le multiplier deux graphes)

Fonction de transfert sous Forme Canonique

$$\underline{H}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_{zo}}\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right)\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{z2}}\right)\ldots\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{zk}}\right)}{j\frac{\omega}{\omega_{po}}\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\ldots\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{pl}}\right)}$$

K **est une constante.**

ω_{zi} **(i=0,k)** zéro de la fonction de transfert.

ω_{pi} **(i=0,l)** pôle de la fonction de transfert.

Forme canonique et diagramme de Bode

$$\underline{\mathbf{H}}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_{zo}}\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right)\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{z2}}\right)..\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{zk}}\right)}{j\frac{\omega}{\omega_{po}}\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)...\left(1+j\frac{\omega}{\omega_{pn}}\right)}$$

$$\left|\underline{\mathbf{H}}(\mathbf{j\omega})\right|_{dB} = \sum_i \left|\underline{\mathbf{H}}_i(\mathbf{j\omega})\right|_{dB} = |K|_{dB} + \left|j\frac{\omega}{\omega_{z0}}\right|_{dB} + \left|1+j\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right|_{dB} + \ldots + \left|1+j\frac{\omega}{\omega_{zk}}\right|_{dB}$$
$$+ \left|{}^{1}/_{j\frac{\omega}{\omega_{po}}}\right|_{dB} + \left|{}^{1}/_{1+j\frac{\omega}{\omega_{po}}}\right|_{dB} + \ldots + \left|{}^{1}/_{1+j\frac{\omega}{\omega_{pn}}}\right|_{dB}$$

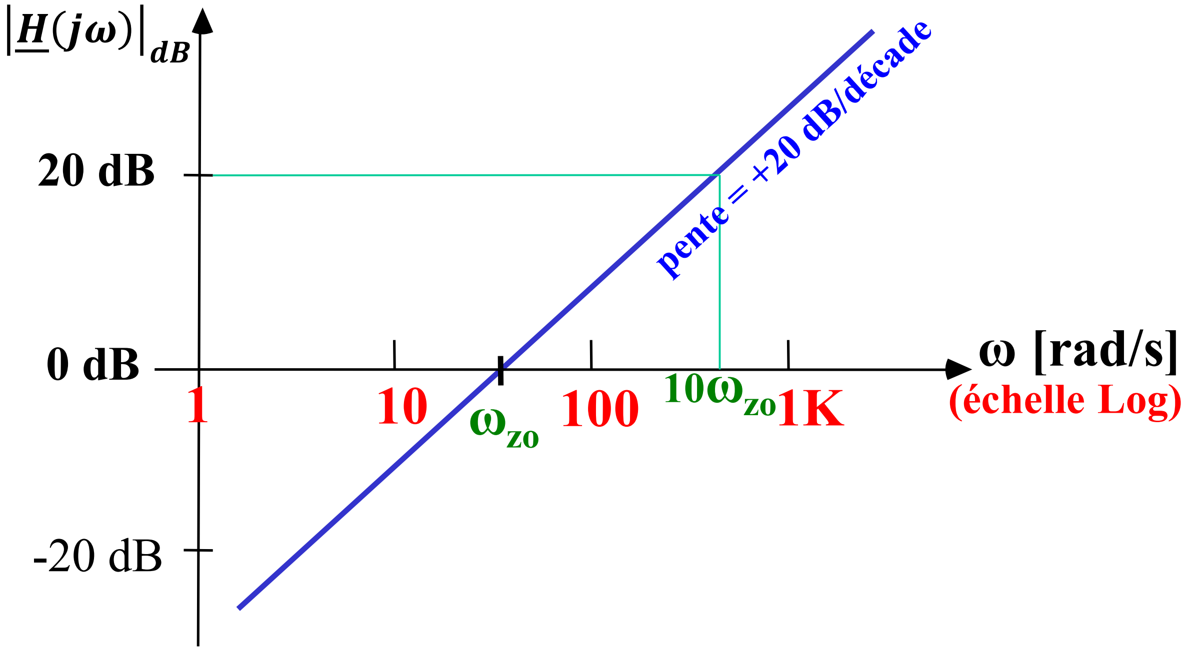
Conclusion: Si on connait le digramme de Bode des fonctions élémentaires $\left|\underline{\mathbf{H}}_i(\mathbf{j\omega})\right|_{dB}$, nous pouvons en déduire celui de $\left|\underline{\mathbf{H}}(\mathbf{j\omega})\right|_{dB}$ par simple sommation.

fonctions élémentaires

$$\underline{H}(j\omega) = j\frac{\omega}{\omega_{zo}}$$

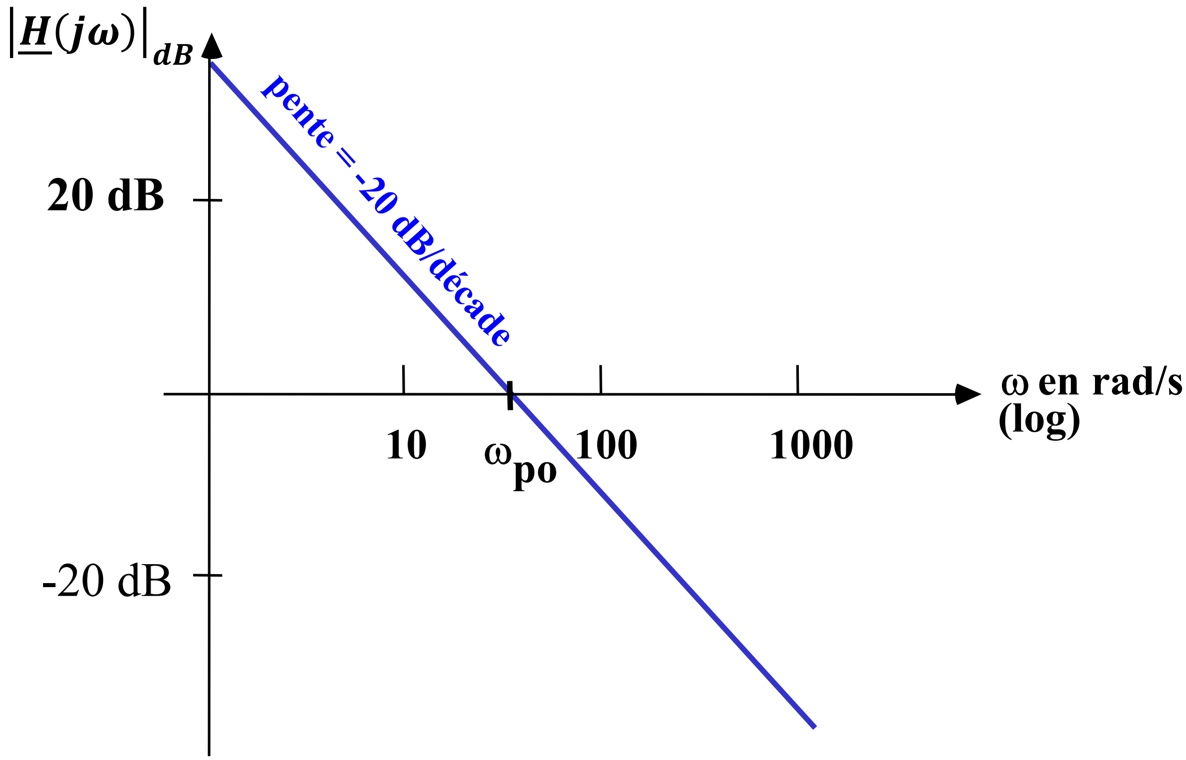
$$\boxed{|\underline{H}(j\omega)|_{dB}} = 20\,\mathrm{Log}\left(\frac{\omega}{\omega_{zo}}\right) = 20\,\boxed{\mathrm{Log}(\omega)}\;\boxed{-20\,\mathrm{Log}(\omega_{zo})}$$

$$Y = 20\;X + C$$



$$\underline{H}(j\omega) = {}^{1}\!\Big/_{j\,\frac{\omega}{\omega_{po}}}$$

$$\left|\underline{H}(j\omega)\right|_{dB} = -\left|j\frac{\omega}{\omega_{P1}}\right|_{dB}$$ → **Symétrie / l'axe des x**



$$\underline{H}(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}$$

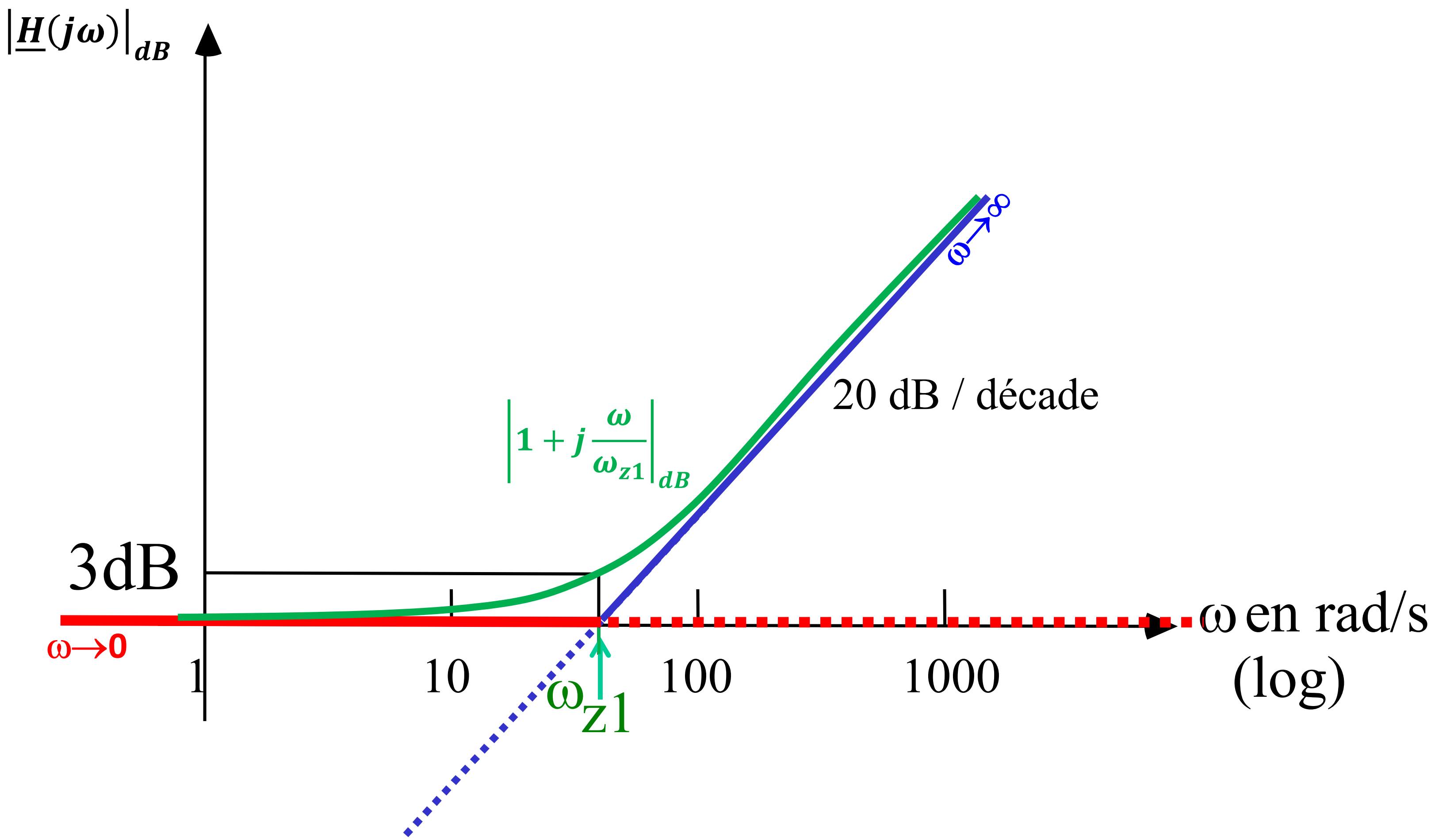
1ère asymptote HF, $\omega \to \infty$ ⇒ $\lim_{\omega\to\infty} \underline{H}(j\omega) = j\dfrac{\omega}{\omega_{z1}}$ (Im)

2ème asymptote DC, $\omega \to 0$ ⇒ $\lim_{\omega\to 0} \underline{H}(j\omega) = 1$ (Re)

La fonction à tracer ⇒ $$\left|\underline{H}(j\omega)\right| = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right)^2}$$

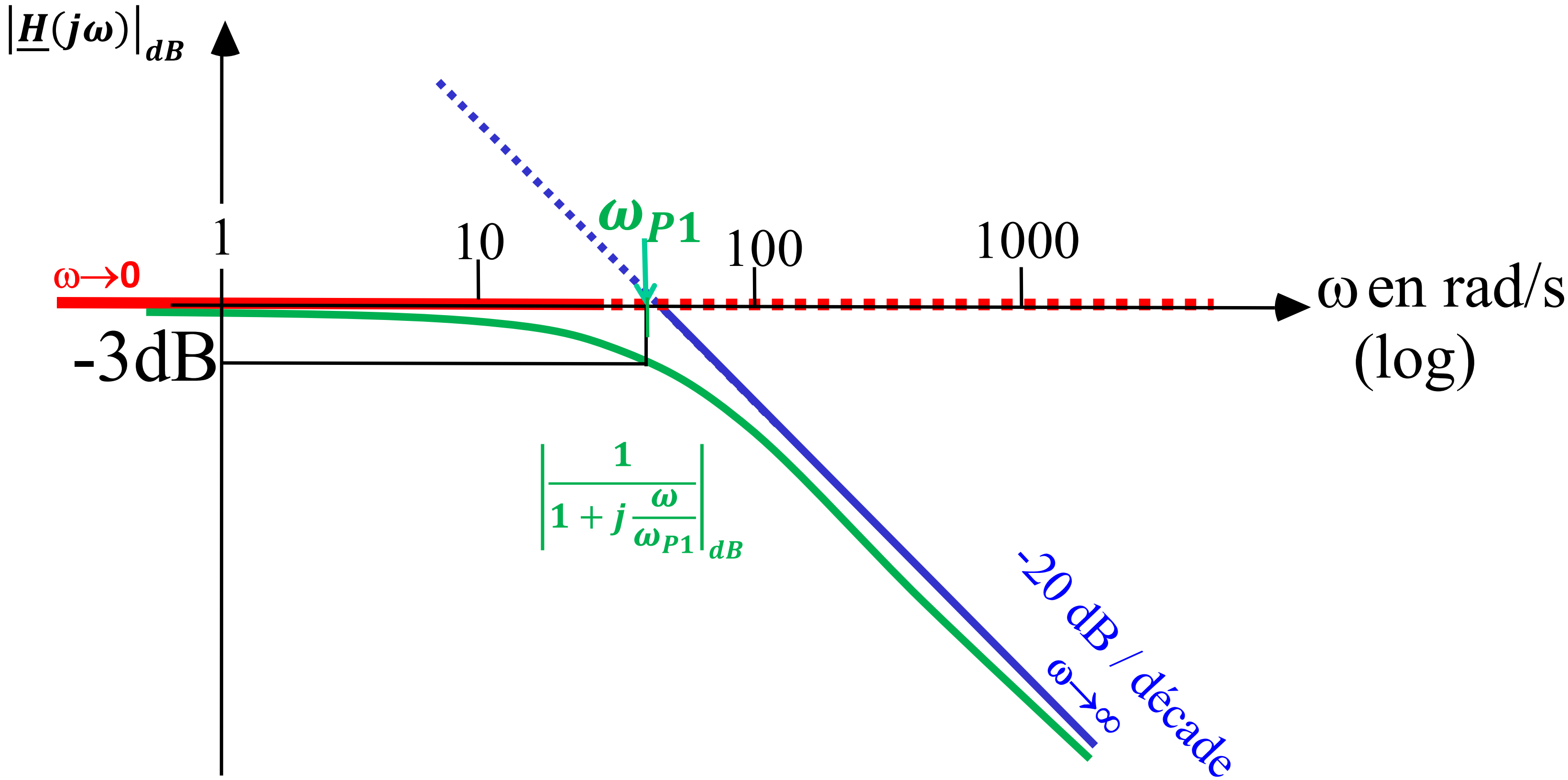
Valeur particulière ($\omega = \omega_{z1}$) ⇒ $$\left|\underline{H}(j\omega)\right| = \sqrt{2} = 3\text{ dB}$$

$$\underline{H}(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}$$



$$\underline{H}(j\omega) = 1 \Big/ \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)$$

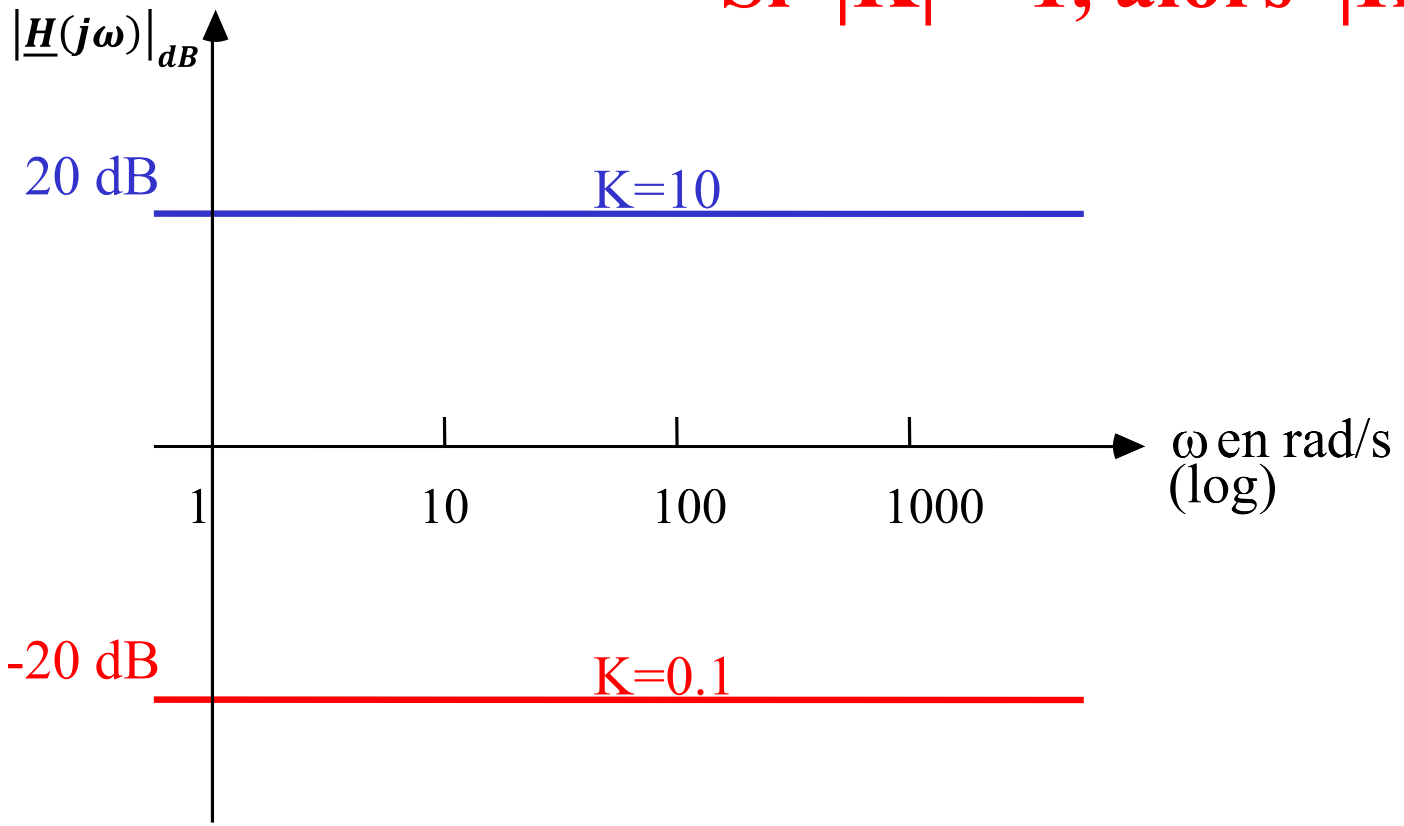
$$\left|\underline{H}(j\omega)\right|_{dB} = - \left|1 + j\frac{\omega}{\omega_{P1}}\right|_{dB}$$ → **Symétrie / l'axe des x**



$$\underline{H}(j\omega) = K = constante$$

Si $|K| > 1$, alors $|K|_{dB} > 0$

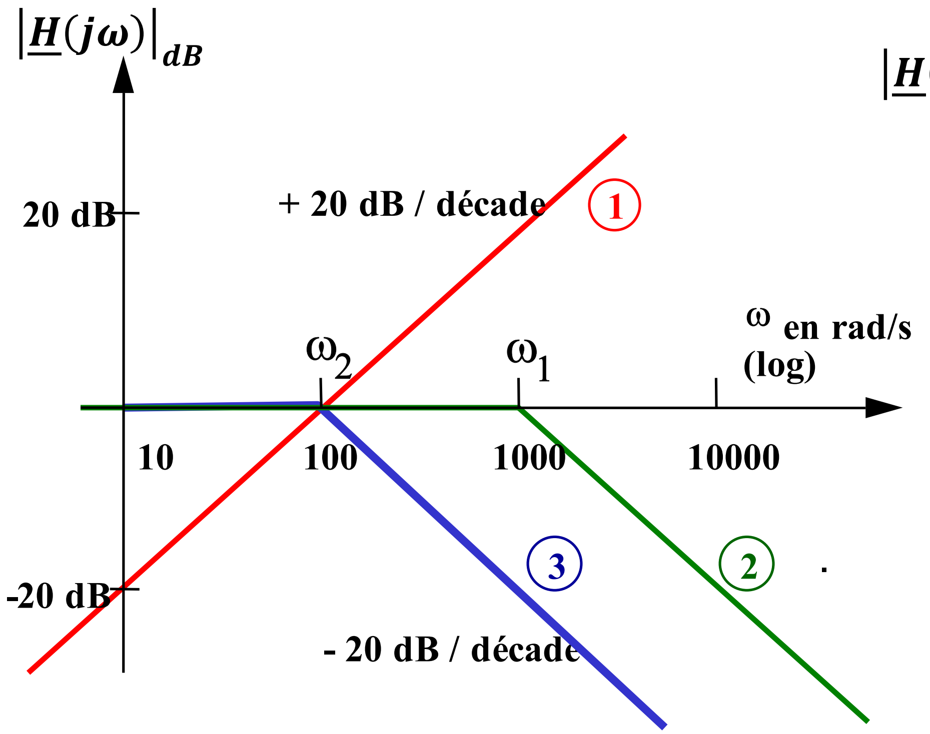
Si $|K| < 1$, alors $|K|_{dB} < 0$



Exemple

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{j\dfrac{\omega}{\omega_2}}{\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_2}\right)}$$

$\omega 2 = 100$ rad/s
$\omega 1 = 1000$ rad/s



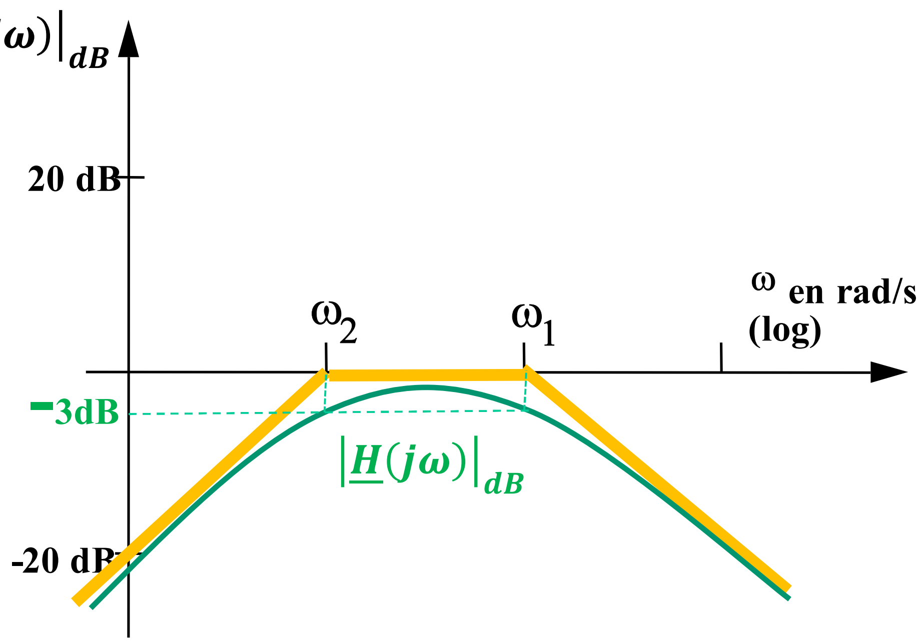


Diagramme de Bode - argument ou phase

$$\underline{H}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_{zo}}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}}\right)\ldots\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}}\right)}{j\frac{\omega}{\omega_{po}}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\ldots\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}}\right)}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = \mathrm{Arg}(K) +$$

$$\mathrm{Arg}\left(j\frac{\omega}{\omega_{zo}}\right) + \mathrm{Arg}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right) + \mathrm{Arg}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}}\right) + \ldots + \mathrm{Arg}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}}\right) +$$

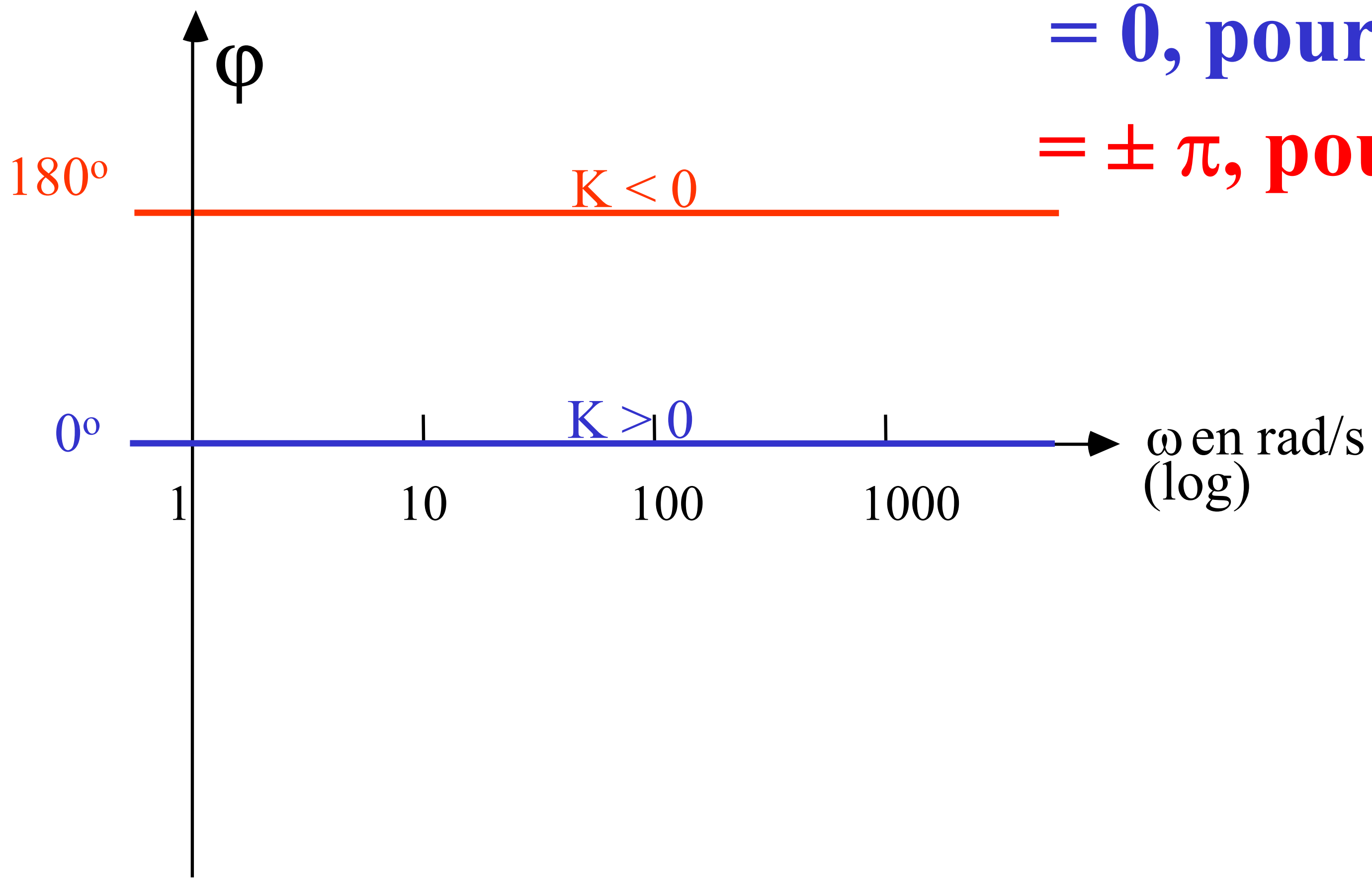
$$\mathrm{Arg}\left(\frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_{po}}}\right) + \mathrm{Arg}\left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}}\right) + \mathrm{Arg}\left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}}\right) + \ldots + \mathrm{Arg}\left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}}}\right)$$

Argument de **$\underline{H}(j\omega)$ = K = constante**

Arg(K) =Arctg (Im/Re) = Arctg (0)

= 0, pour K > 0

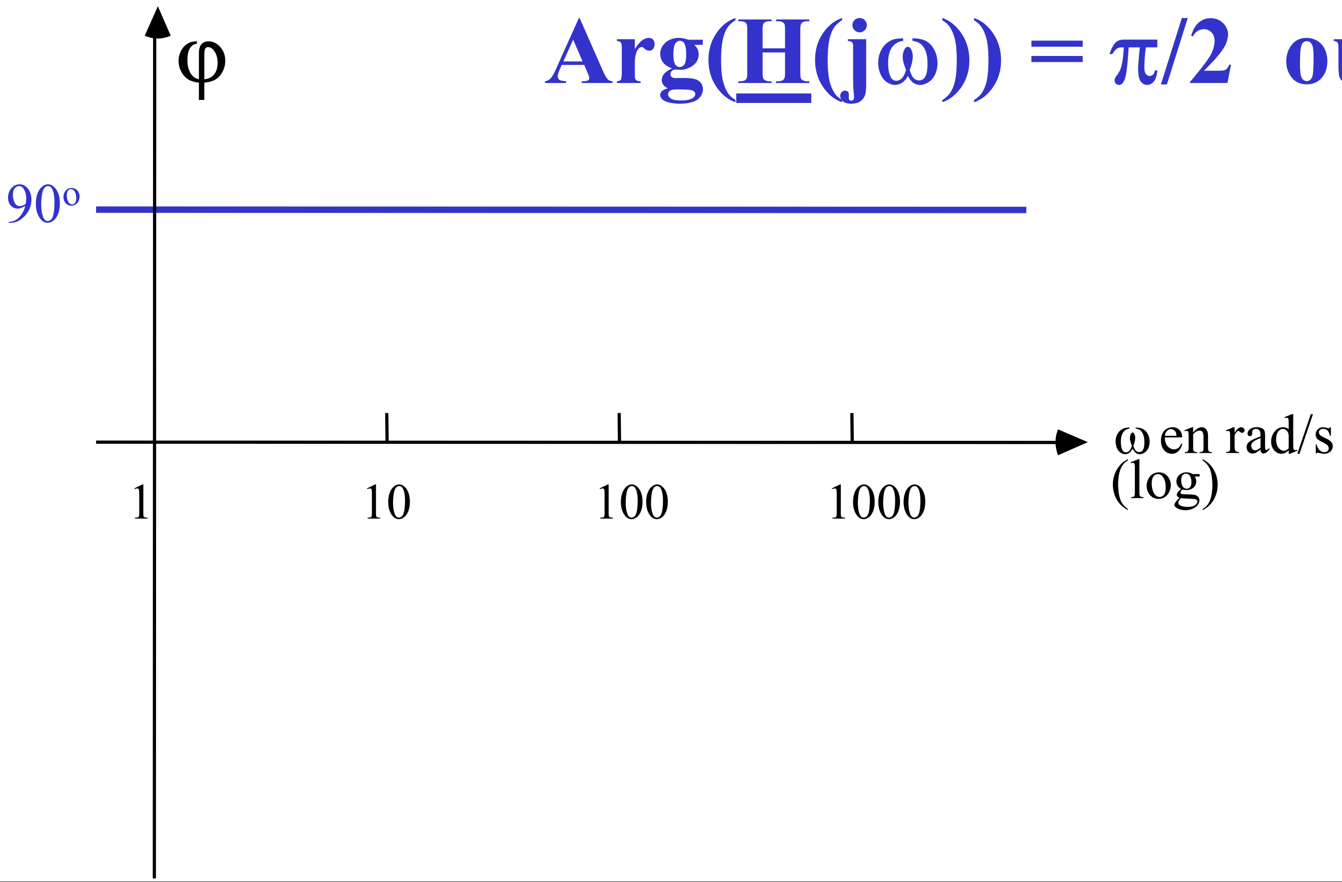
= ± π, pour K < 0



$$\underline{H}(j\omega) = j\frac{\omega}{\omega_{zo}}$$

Im/Re → +∞

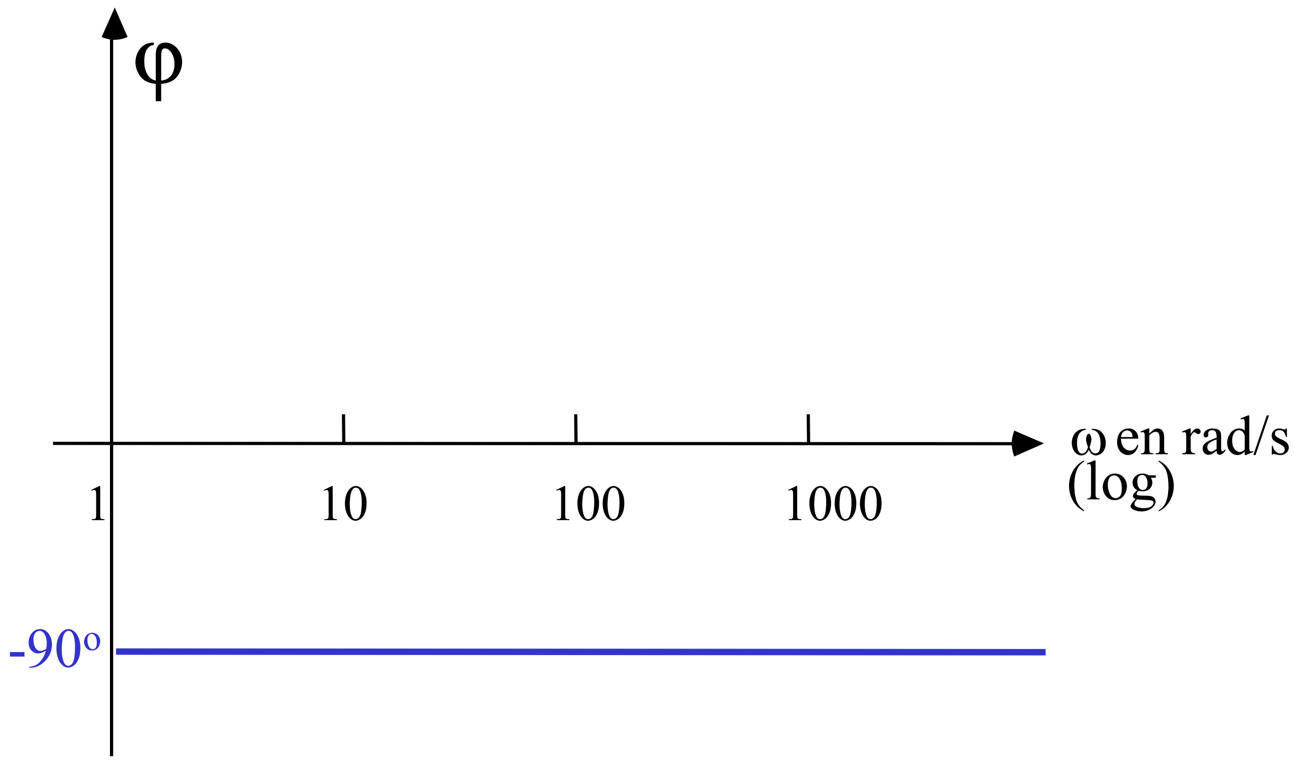
Arg($\underline{H}$(jω)) = π/2 ou 90°



$$\underline{H}(j\omega) = {}^{1}\!/_{j\frac{\omega}{\omega_{po}}}$$

Im/Re → -∞

Arg($\underline{H}$(jω)) = -π/2 ou -90°



$$\underline{H}(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}$$

$$\mathrm{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = \mathrm{Arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right)$$

1ère asymptote
HF, $\omega \to \infty$

$$\lim_{\omega \to \infty} \underline{H}(j\omega) = j\frac{\omega}{\omega_{z1}} \quad (\mathrm{Im}\ ,\ \mathrm{Arg} = \pi/2)$$

2ème asymptote
DC, $\omega \to 0$

$$\lim_{\omega \to 0} \underline{H}(j\omega) = 1 \quad (\mathrm{Re},\ \mathrm{Arg} = 0)$$

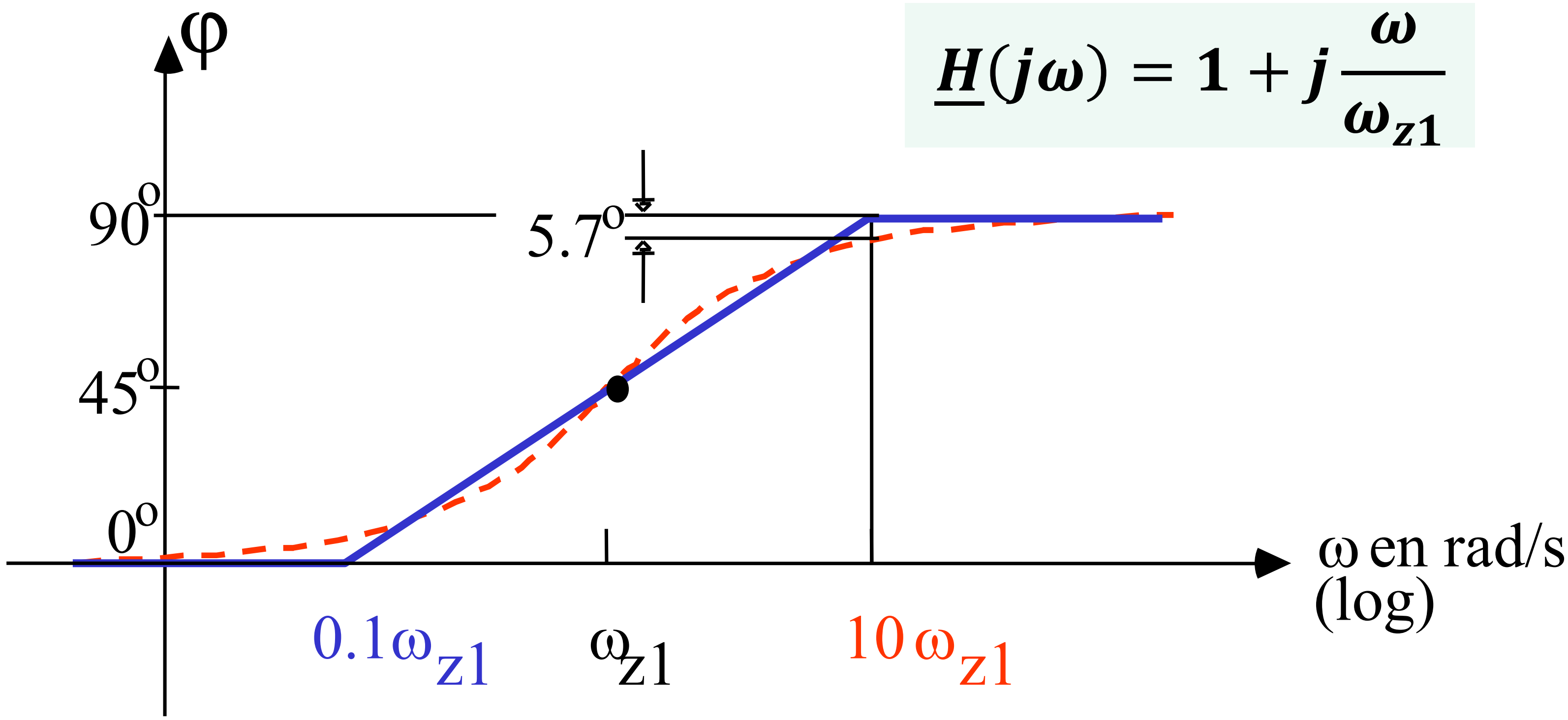
Valeur particulière

$(\omega = \omega_{z1})$ $\Rightarrow$ $\mathrm{Arg}(H(j\omega)) = \mathrm{Arctg}\ (1) = 45^{o} = \pi/4$

Approximation autour de $\omega=\omega_{z1}$:

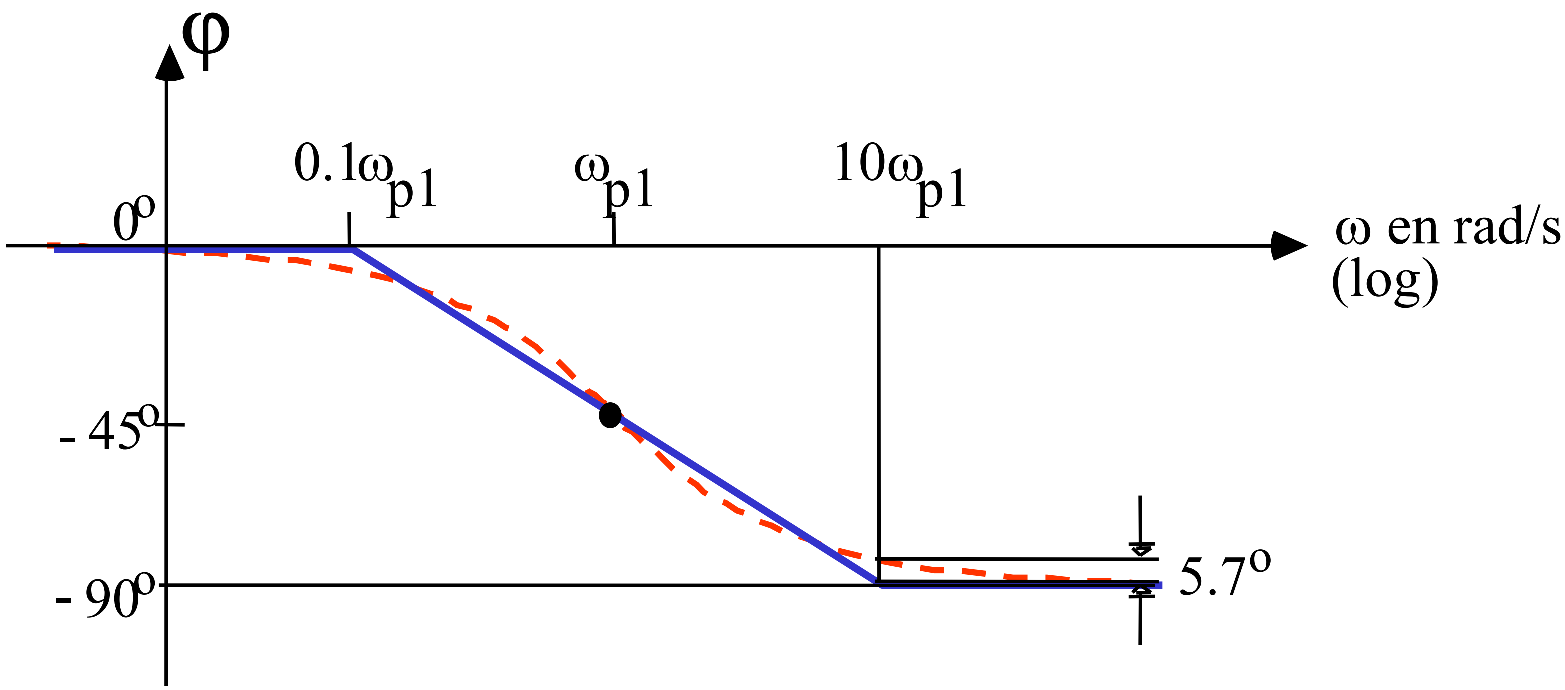
On approxime souvent le diagramme des phases par une droite partant d'un déphasage nul pour $\omega=0.1\omega_{z1}$ pour atteindre un déphasage de 90^o en $\omega=10\omega_{z1}$.

$$\underline{H}(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}$$



$$\underline{H}(j\omega) = 1 \Big/ \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)$$

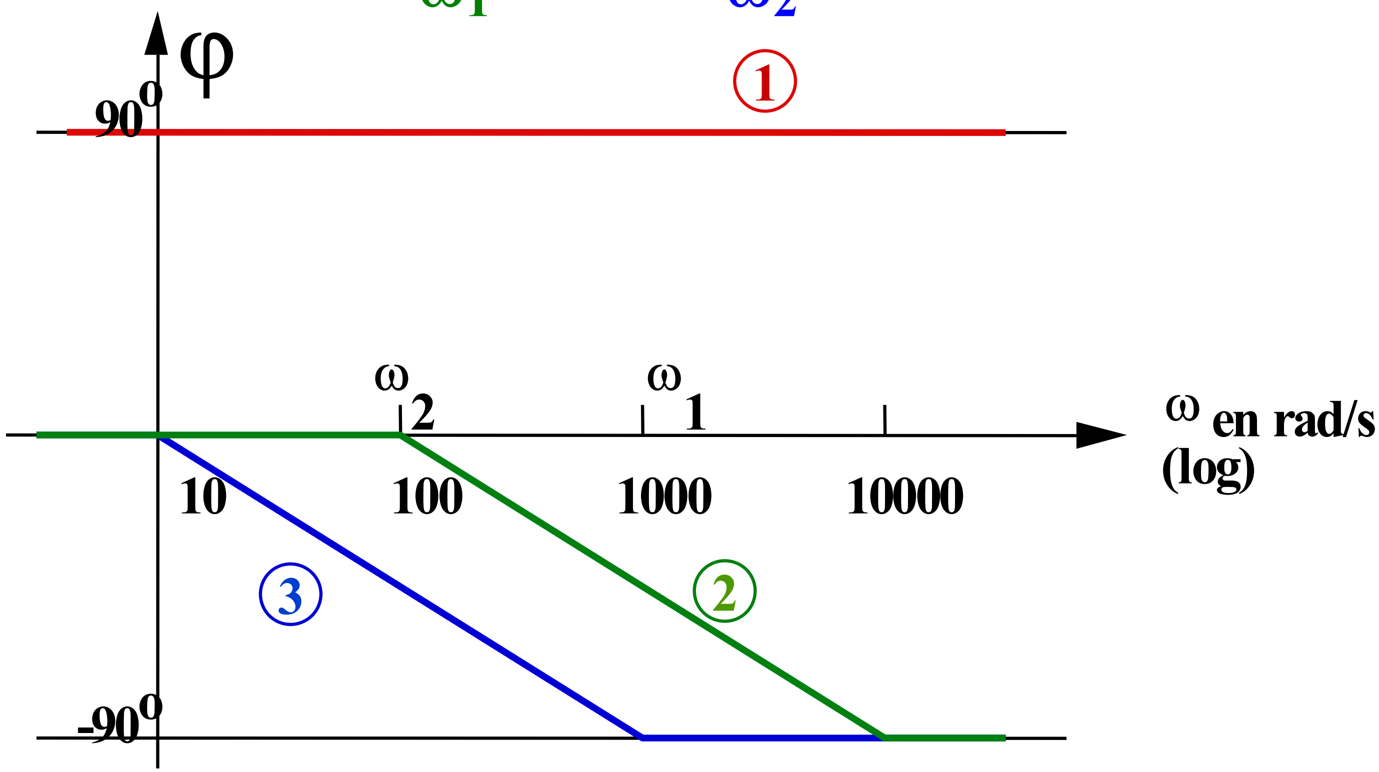
$$\mathrm{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = -\,\mathrm{Arg}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)$$ → **Symétrie / l'axe des x**

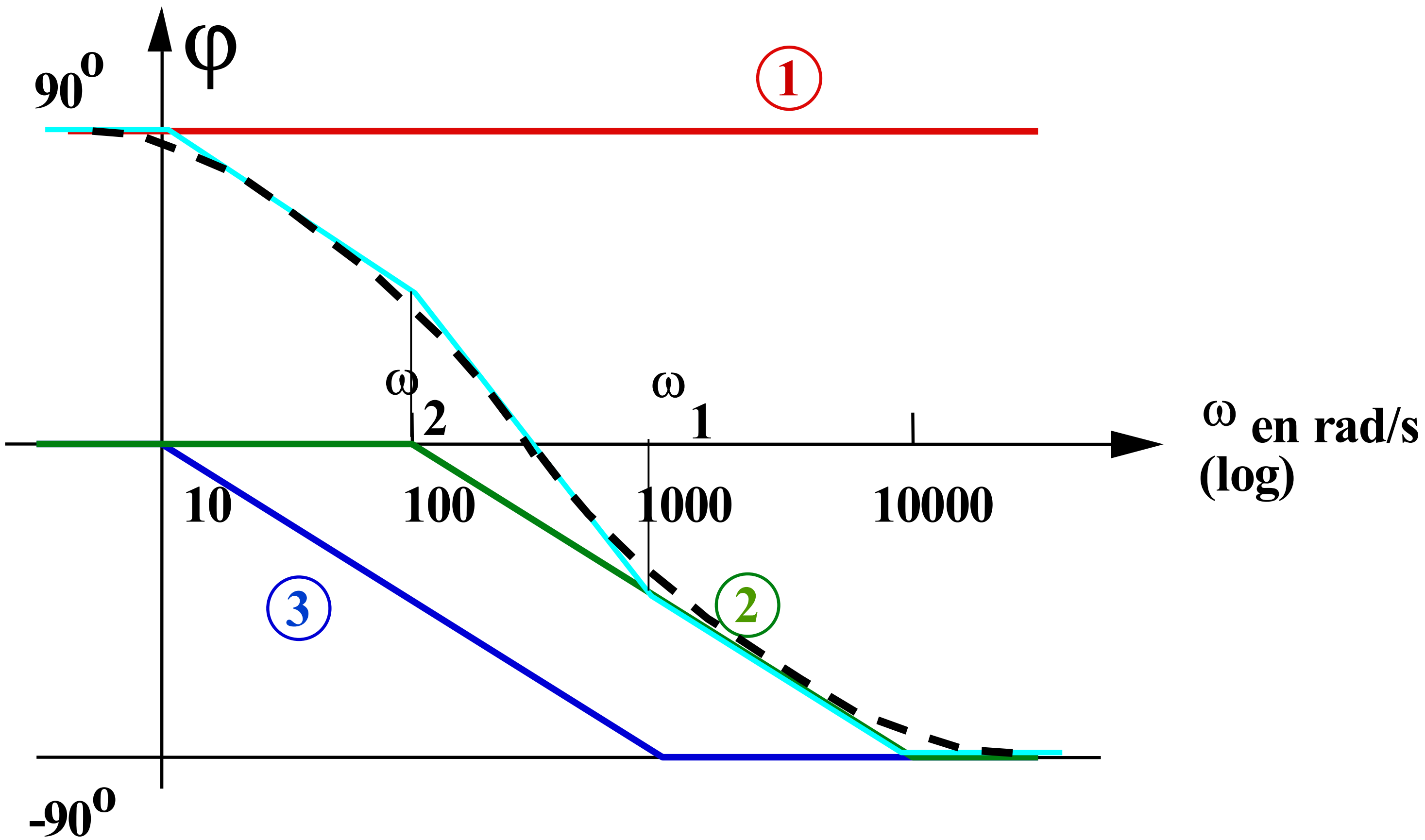


Exemple

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{j\dfrac{\omega}{\omega_2}}{\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_2}\right)}$$

ω2 = 100 rad/s
ω1 = 1000 rad/s



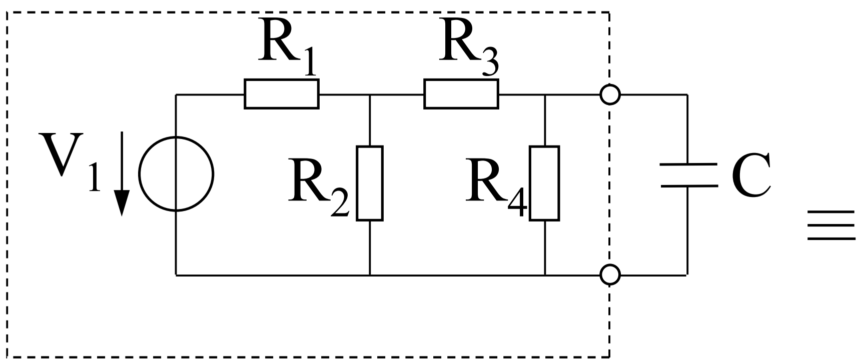


φ
90^0
1
ω
2
ω
1
ω en rad/s
(log)
10
100
1000
10000
3
2
-90^0

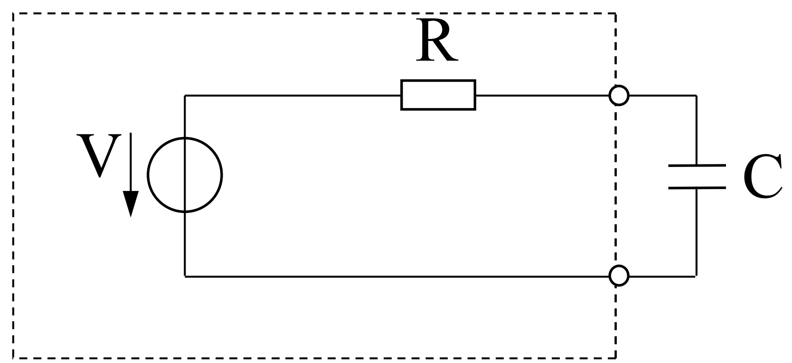
Circuits RC du premier ordre

Description

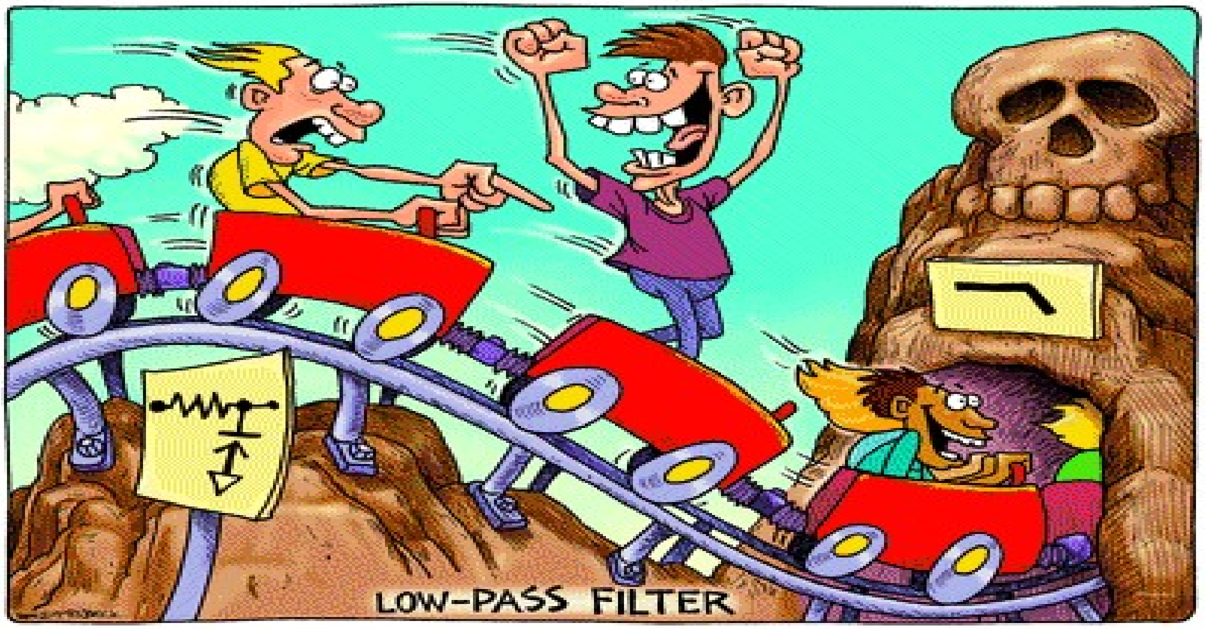
- R, C déterminent:
  - la limite de la réponse en fréquence des amplificateurs,
  - la période ou la fréquence d'oscillation de générateurs de signaux carrés ou sinusoïdaux,
  - la caractéristique des filtres électroniques,
  - la limitation de la vitesse de commutation des circuits logiques.
- Exemple de simplification



Thévenin

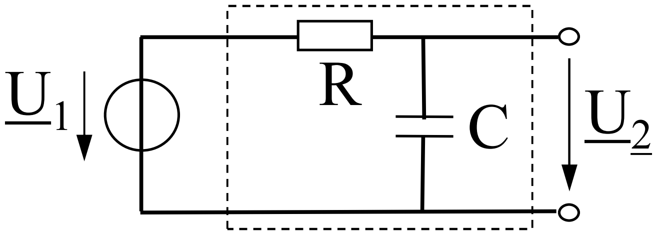


Circuits RC passe-bas du premier ordre

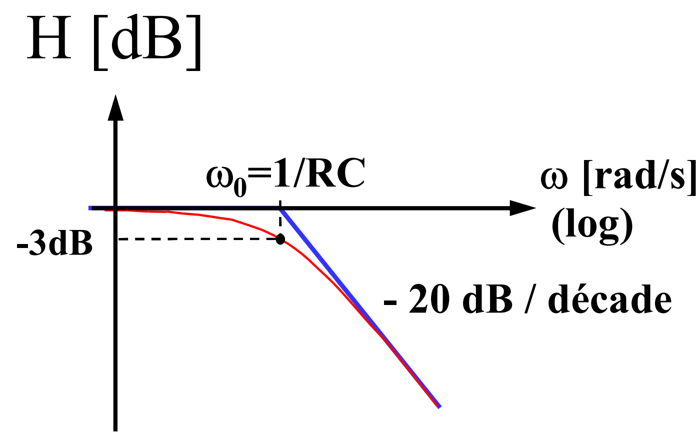


Déf: Un **filtre passe-bas** est un filtre qui laisse **passer les basses fréquences** et **atténue les hautes fréquences**, c'est-à-dire les fréquences supérieures à la fréquence de coupure.

Réponse en fréquence d'un passe-bas



$$\underline{H} = \frac{\underline{U_2}}{\underline{U_1}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}$$

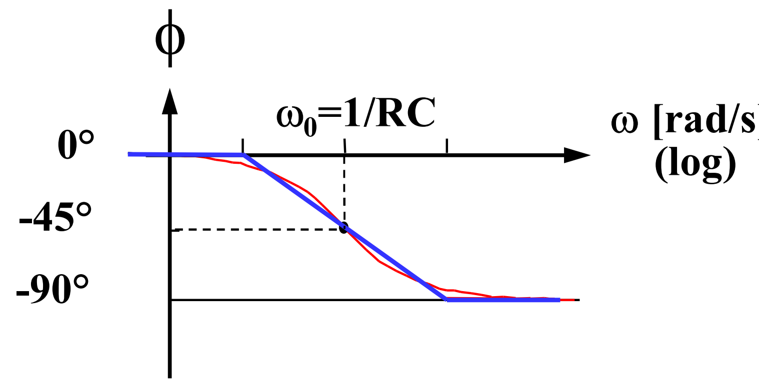


ω_o : pulsation de coupure:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

f_o : fréquence de coupure:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$$

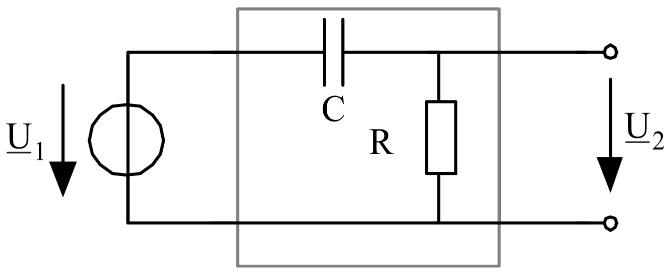


Circuits RC passe-haut du 1er ordre

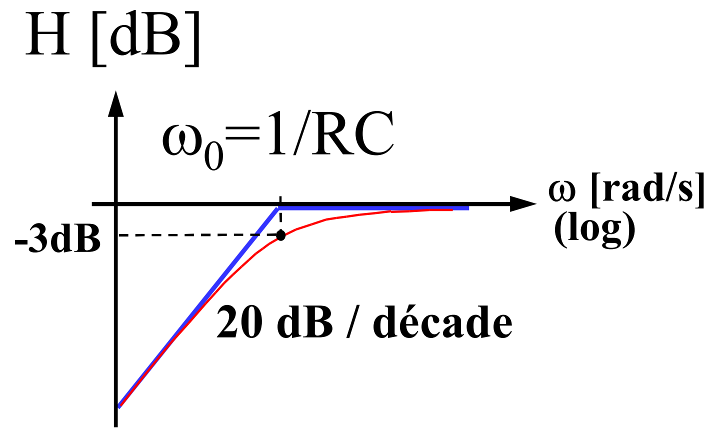
Déf: Un **filtre passe-haut** est un filtre qui laisse **passer les hautes fréquences** et **atténue les basses fréquences**, c'est-à-dire les fréquences inférieure à la fréquence de coupure.

EPFL

Réponse en fréquence d’un passe-haut



$$\underline{H} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}$$



ω_o : pulsation de coupure:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

f_{o} : fréquence de coupure:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$$